

سوالات امتحان نهایی درس : ریاضی ۳	رشته : علوم تجربی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۳/۱۷	تعداد صفحه : ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

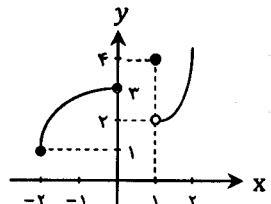
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۰/۵		۱	با توجه به شکل مقابل، پیشامد $(A - B) \cup (B - A)$ را هاشور بزیند. (شکل را وارد پاسخ برگ کنید)
۱		۲	اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B') = \frac{3}{4}$ و دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ را به دست آورید.
۱/۲۵		۳	در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی سبز وجود دارد. از این کیسه ۴ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال این که حداکثر ۲ مهره آبی باشد، چه قدر است؟
۱/۲۵		۴	چه قدر احتمال دارد در یک تیم کوهنوردی ۳ نفره : (الف) همه در ماه تیر متولد شده باشند؟ (ب) هیچ دو نفری در یک ماه از سال متولد نشده باشند؟
۱/۲۵		۵	اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{5}{x} \geq 2 \right\}$ و $B = (-1, 2)$ باشد: (الف) جواب مجموعه‌ی A را تعیین کنید. (راه حل نوشته شود) (ب) مجموعه‌ی $A \cap B$ را به وسیله‌ی بازه نمایش دهید.
۱/۲۵		۶	فرض کنید $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و زاویه‌ای حاده باشد. حاصل $\sin 2\alpha$ را به دست آورید.
۱		۷	تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x < 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید. (الف) نمودار تابع f را رسم کنید. (ب) دامنه‌ی تابع f را به دست آورید.
۱		۸	دو تابع $y = x^2 + ax - 3b$ و $y = -x + b$ داده شده‌اند. مقادیر a و b را چنان محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۱ همدیگر را قطع کنند.
			«ادامه ی پرسش ها در صفحه ی دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۱۷	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۹	توابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x}$ داده شده‌اند. الف) تابع $f \circ g$ را تشکیل دهید. ب) دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ج) مقدار $(f-g)(4)$ را محاسبه کنید.	۲/۵
۱۰	با استفاده از نمودار زیر، عبارت خواسته شده را محاسبه کنید.  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(1)$	۱
۱۱	حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{x+7}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{9-x^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 \cdot x^2 + \sqrt{x^2 + x}}{2x^2 + 1}$	۳
۱۲	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x-2 & x < 2 \\ x-2 & x = 2 \\ 3-x^2 & x > 2 \end{cases}$ را در نقطه‌ای به طول $x=2$ بررسی کنید.	۱
۱۳	آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = 2x - 1$ را وقتی متغیر از ۳ به $3/5$ تغییر می‌کند، به دست آورید.	۱
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{2x+1}{x}\right)^2$ ب) $g(x) = (\sqrt{5-7x})\left(4 - \frac{x}{3}\right)$ ج) $h(x) = \tan x - 2 \cos^2(2x)$	۲/۵
۱۵	در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید. الف) دامنه‌ی مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x}$ برابر است با ب) شیب خط مماس بر نمودار تابع $g(x) = \frac{1}{x}$ در $x=1$ برابر است با	۰/۵
۲۰	جمع نمره « موفق باشید »	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۱۷
دانش‌آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۳	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	<p>هاشور پیشامد $A - B$ (۰/۲۵)</p> <p>هاشور پیشامد $B - A$ (۰/۲۵)</p>	۰/۵																				
۲	<p>$P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ (۰/۲۵)</p>	۱																				
۳	<p>$P(A) = \frac{\binom{4}{2} \binom{8}{2} + \binom{4}{1} \binom{8}{3} + \binom{4}{0} \binom{8}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{462}{495}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																				
۴	<p>الف) $P(A) = \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} \times \frac{1}{12} = \left(\frac{1}{12}\right)^3$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $P(B) = \frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} = \frac{110}{144}$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵																				
۵	<p>الف) $\frac{5}{x} \geq 2 \Rightarrow \frac{5}{x} - 2 \geq 0 \Rightarrow \frac{5-2x}{x} \geq 0$</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$\frac{5}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$5-2x$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>کسر</td> <td>-</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">جواب جواب (۰/۵)</p> <p>$A = \left(0, \frac{5}{2}\right]$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $A \cap B = (0, 2)$ (۰/۲۵)</p>	x	$-\infty$	0	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	$5-2x$	+	+	0	-	x	-	0	+	+	کسر	-	+	0	-	۱/۲۵
x	$-\infty$	0	$\frac{5}{2}$	$+\infty$																		
$5-2x$	+	+	0	-																		
x	-	0	+	+																		
کسر	-	+	0	-																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۱۷
دانش‌آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۳	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad (0/25)$ $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5} \quad (0/25)$ $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{3}{5}\right) \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25} \quad (0/25)$	۱/۲۵
---	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------

۷	<p>(الف) رسم سهمی (۰/۵) رسم خط (۰/۲۵)</p>  <p>(ب) $D_f = R - \{ \cdot \}$ (۰/۲۵)</p>	۱
---	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

۸	$(1, 0) \Rightarrow 0 = -1 + b \quad (0/25) \Rightarrow b = 1 \quad (0/25)$ $(1, 0) \Rightarrow 0 = 1 + a - 2 \quad (0/25) \Rightarrow a = 2 \quad (0/25)$	۱
---	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

۹	<p>الف) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{x}) = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad (0/25)$</p> <p>ب) $D_f = R - \{1\} \quad (0/25)$, $D_g = [0, +\infty) \quad (0/25)$</p> <p>$D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \geq 0 \mid \sqrt{x} \neq 1 \right\} = [0, +\infty) - \{1\} \quad (0/25)$</p> <p>ج) $\left(\frac{f-g}{fg} \right) (4) = \frac{f(4) - g(4)}{fg(4)} = \frac{4 - 2}{2(2)} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$</p>	۲/۵
---	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

۱۰	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 2 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(1) = 2 - 2(3) + 4 = -3 \quad (0/25)$	۱
----	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------	---

رشته‌ی : علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۳/۱۷	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (خرداد ماه) سال ۱۳۹۳

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۳	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{x+7}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3 - \sqrt{x+7}} \times \frac{3 + \sqrt{x+7}}{3 + \sqrt{x+7}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)(3 + \sqrt{x+7})}{2-x}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} -(x+2)(3 + \sqrt{x+7}) = -24 \quad (0/25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 \sin x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \quad (0/25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{9-x^2} = \frac{4}{0} = -\infty \quad (0/25)$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 \cdot x^2 + \sqrt{x^2 + x}}{2x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 \cdot x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\frac{1}{2}}{2} = 0 \quad (0/25)$</p>	۱۱
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3-4 = -1 \quad (0/25)$ $f(2) = -1$</p> <p>$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = -1 \quad (0/25)$</p> <p>تابع f در $x=2$ پیوسته است. $(0/25)$</p>	۱۲
۱	<p>$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(3/5) - f(3)}{3/5 - 3} = \frac{6 - 5}{-2/5} = 2 \quad (0/25)$</p>	۱۳
۲/۵	<p>الف) $f'(x) = 4 \left(\frac{2x+1}{x} \right)^3 \left(\frac{2x - (2x+1)}{x^2} \right)$ ب) $g'(x) = \frac{-7}{2\sqrt{5-7x}} \left(4 - \frac{x}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{5-7x}} \right)$ ج) $h'(x) = (1 + \tan^2 x) + 12 \sin 2x \cos^2(2x)$</p>	۱۴
۰/۵	<p>$m = -1$ (ب) $(0/25)$ $D_{f'} = (0, +\infty)$ (الف)</p>	۱۵
۲۰	جمع نمره	

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.